GaussElim

m,n: pivot row and col
r = argmax (h = m ... nr, abs(A[h, n])) (not implemented, use r=m)

```
GaussElim(M) := [ A := M  nr := rows(A)  nc := cols(A)  c := [1..nc]  m := 1  n := 1 ]
                 while (m ≤ nr) ∧ (n ≤ nc)
                     r := m
                     if SameQ(A[r n], 0)
                         n := n + 1
                     else
                         k := [(n + 1)..nc]
                         for h := m + 1, h ≤ nr, h := h + 1
                             [ f := A[h n] / A[m n]   A[h n] := 0   A[h k] := A[h k] − f · A[m k] ]
                     [ m := m + 1  n := n + 1 ]
                 A

RREF(M, T) := [ A := M  m := rows(A)  n := cols(A)  k := 1  j := 1  B := 0  ro := [1..m]  tmp := 0 ]
              while (k ≤ m) ∧ (j ≤ n)
                  p := k
                  for h := k + 1, h ≤ m, h := h + 1
                      if SameQ(|A[p j]| < |A[h j]|, 1)
                          p := h
                      else
                          continue
                  if (T ≠ 0) ∧ (|A[p j]| < T)
                      [ im := [k..m]  A[im j] := 0  j := j + 1 ]
                  else
                      jn := [j..n]
                      if p ≠ k
                          [ tmp[jn] := A[k jn]  A[k jn] := A[p jn]  A[p jn] := tmp[jn] ]
                      else
                          0
                      [ f := A[k j]  A[k jn] := A[k jn] / f ]
                      B[ro jn] := if ro = k
                                      A[ro jn]
                                  else
                                      A[ro jn] − A[ro j] · A[k jn]
                      [ A[ro jn] := B[ro jn]  k := k + 1  j := j + 1 ]
              A

SameQ(a, b) := num2str(a) = num2str(b)
```

This
May

Fin

The

Sw

Div

Sul

I
I

Tal

GaussElim Numeric

$A := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix}$ $GaussElim(A) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -6 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ $\mathrm{maple}(gausselim(A)) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -6 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & -4 \\ 2 & 3 & -1 & -11 \\ -2 & 0 & -3 & 22 \end{bmatrix} \qquad GaussElim(A) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & -4 \\ 0 & -1 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \qquad \mathrm{maple}(gausselim(A)) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & -4 \\ 0 & -1 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

GaussElim Symbolic

$$A := \begin{bmatrix} 1 & x & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & y \end{bmatrix} \qquad GaussElim(A) = \begin{bmatrix} 1 & x & 3 \\ 0 & 5-4\cdot x & -6 \\ 0 & 0 & \dfrac{3\cdot(-7\cdot(5-4\cdot x)+2\cdot(8-7\cdot x))+y\cdot(5-4\cdot x)}{5-4\cdot x} \end{bmatrix}$$

$$\max\left(\mathrm{maple}\left(simplify\left(GaussElim(A)-\mathrm{maple}(gausselim(A))\right)\right)\right) = 0$$

This seems to be a bug en maple gausselim:

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ x & 5 & 6 \\ 7 & 8 & y \end{bmatrix} \qquad GaussElim(A) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 5-2\cdot x & 3\cdot(2-x) \\ 0 & 0 & \dfrac{3\cdot(-7\cdot(5-2\cdot x)+6\cdot(2-x))+y\cdot(5-2\cdot x)}{5-2\cdot x} \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{maple}(gausselim(A)) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -6 & -21+y \\ 0 & 0 & \dfrac{3\cdot(-23+8\cdot x)+5\cdot y-2\cdot x\cdot y}{6} \end{bmatrix} \qquad ??$$

This is ok:

$$GaussElim(A)\Bigg|\begin{cases} x = 4 \\ y = 9 \end{cases} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -6 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

This is bad:

$$\mathrm{maple}(gausselim(A))\Bigg|\begin{cases} x = 4 \\ y = 9 \end{cases} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -6 & -12 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

RREF

$$check_N(A) := \left\|\mathrm{normi}\left(RREF(A, TOL)-\mathrm{maple}(rref(A))\right)\right\| < TOL$$

$$check_S(A) := \left\|\mathrm{normi}\left(\mathrm{maple}\left(simplify\left(RREF(A,0)-\mathrm{maple}(rref(A))\right)\right)\right)\right\| = 0$$

$$TOL := 10^{-9}$$

Symbolic

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \qquad RREF(A, TOL) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad check_N(A) = 1$$

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & -4 \\ 2 & 3 & -1 & -11 \\ -2 & 0 & -3 & 22 \end{bmatrix} \qquad RREF(A, TOL) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -8 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \qquad check_N(A) = 1$$

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ x & 5 & 6 & 2 \\ 7 & 8 & y & 0 \end{bmatrix} \qquad RREF(A,0) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dfrac{4\cdot(-4\cdot((21-y)\cdot(35-8\cdot x)-6\cdot(42-x\cdot y))+3\cdot(y\cdot(35-8\cdot x)-8\cdot(42-x\cdot y)))}{(35-8\cdot x)\cdot((21-y)\cdot(35-8\cdot x)-6\cdot(42-x\cdot y))} \\ 0 & 1 & 0 & \dfrac{14\cdot(21-y)}{(21-y)\cdot(35-8\cdot x)-6\cdot(42-x\cdot y)} \\ 0 & 0 & 1 & -\dfrac{84}{(21-y)\cdot(35-8\cdot x)-6\cdot(42-x\cdot y)} \end{bmatrix}$$

$$check_S(A) = 1$$

Same code, but only for numerics

This is a rref function for numerical calculus only, but with only one (sometimes some eval's make the routines slower). Sure some other eval can make this faster.

```
RREF(M, T) := | [ A := eval(M)  nr := rows(A)  nc := cols(A)  m := 1  n := 1  B := 0  ro := [1..nr]  tmp := 0 ]
              | while (m ≤ nr) ∧ (n ≤ nc)
              |   | p := m
              |   | for h := m+1, h ≤ nr, h := h+1
              |   |    if |A_{p n}| < |A_{h n}|
              |   |       p := h
              |   |    else
              |   |       continue
              |   | if |A_{p n}| < T
              |   |    [ im := [m..nr]  A_{im n} := 0  n := n+1 ]
              |   | else
              |   |    | jn := [n..nc]
              |   |    | if p ≠ m
              |   |    |    [ tmp_{jn} := A_{m jn}  A_{m jn} := A_{p jn}  A_{p jn} := tmp_{jn} ]
              |   |    | else
              |   |    |    0
              |   |    | [ f := A_{m n}  A_{m jn} := A_{m jn} / f ]
              |   |    | B_{ro jn} := if ro = m
              |   |    |                 A_{ro jn}
              |   |    |              else
              |   |    |                 A_{ro jn} - A_{ro n} · A_{m jn}
              |   |    | [ A_{ro jn} := NearZero(B_{ro jn}, T)  m := m+1  n := n+1 ]
              | A
```

```
rref(M) := | RREF(A, TOL)

NearZero(x, T) := | if |x| < T
                  |    0
                  | else
                  |    x
```

Can use this for eliminate small values with roundoff errors, or can try to not, to see where those errors appear (and make the routine faster)

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{bmatrix} \qquad RREF(A, TOL) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & -4 \\ 2 & 3 & -1 & -11 \\ -2 & 0 & -3 & 22 \end{bmatrix} \qquad RREF(A, TOL) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -8 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

Time test

randi function as in Octave

```
randi(_R, _m, _n) := | [ d := _R_2 - _R_1 + 1  r := [1.._m]  c := [1.._n]  a := matrix(_m, _n) ]
                     | a_{r c} := round(random(d), 0) + _R_1
```

$lb := -100 \quad ub := 100 \quad m := 50 \quad n := 60 \qquad A := randi([-100\ 100], m, n) = \begin{bmatrix} 44 & \cdots \\ \vdots & \ddots \end{bmatrix}$

$[\min(A)\ \max(A)] = [-100\ 100]$

$t_o := \text{time}(0)$ $\qquad$ $M := rref(A)$

$$M=\left[\begin{array}{*{60}{c}}
1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&-1&-2.5&-4.2&-1.1&1.4&0.5&3.1&0.3&0.3&1.3\\
0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1.7&3.1&6.9&1.8&-2.3&0.7&-5.5&-0.7&-1.2&-2.6\\
0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&2.1&3.7&6.2&1.6&-3&0.9&-5.7&-0.5&-1.5&-1.3\\
0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&-0.2&1&1.7&0&-0.8&0&-1&0.1&-0.3&-0.4\\
0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0.8&1.9&2.7&0.3&-1.2&0.6&-2.7&-0.1&-0.7&-0.6\\
0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1.3&0.9&2.1&1&-0.3&-0.6&-1.6&-1&-0.4&-1.8\\
0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&-1.3&-2.5&-5.3&-1.4&1.9&-0.6&4.5&0.3&0.8&1.3\\
0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&-1.3&-2.4&-3.8&-1&1.4&0.3&3.3&0.3&-0.1&1.8\\
0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1.4&2.6&3.7&1.1&-1.8&-0.3&-3.4&0.1&-0.6&-1.8\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&-0.4&-0.7&-1.8&-0.2&0.8&-1.5&1.8&-0.3&1.2&0.6\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0.9&0.8&3.8&1.4&-0.7&-0.1&-3.2&-1.3&-0.5&-2.1\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&-2.7&-4.6&-10.2&-3&3.6&-2.1&8.7&1.4&2.7&3.9\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&3.9&4.6&8.7&2&-3.9&0.8&-7.8&-0.6&-2.7&-3.2\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&-2.1&-1.9&-3.1&-0.9&1.3&0.3&2.5&0.3&1.3&1.4\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&-0.6&-0.7&-1.4&-0.2&0.8&0&1.2&0.2&0.6&0.9\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&2.3&4.4&8.6&2.3&-2.9&1.4&-7.5&-1.1&-1.3&-2.2\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&-5.8&-10.4&-18.4&-5.2&7.4&-0.9&16.4&2.1&3.1&6.3\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&-2.7&-6.2&-11.1&-3&3.7&-1.7&9.7&1.7&2.2&3.4\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&3.8&6.6&10.1&2.6&-4.9&-0.1&-9.7&-0.8&-1.8&-3.7\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0.5&1.6&1.3&0.1&-1&0.4&-1.6&0.6&-0.5&0.2\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&-0.5&-1.3&-3.3&-0.8&1&-0.6&2.7&0.6&0.9&0.7\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&-1&-2.4&-5.5&-1.4&1.8&-1.2&3.8&1.2&1.7&1.7\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&-1&-1.6&-3.6&-1.1&1.1&0.3&3.5&0.9&0.2&1.1\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1.1&1.5&2.5&0.3&-0.9&-0.5&-1.9&-0.2&0.6&-0.7\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1.7&3.2&6.3&2.1&-2.4&1.4&-6.3&-1.3&-1.3&-1.9\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&-1.6&-3.6&-6&-1.6&2.7&-1.1&5.1&0.2&1.2&1.7\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&3&6.3&11.2&3.2&-4.5&1.6&-10.6&-1.4&-2.8&-3.2\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&-3.3&-4.9&-8.2&-2&3.5&-1.2&7.7&0.8&2.1&2\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&-0.1&-0.4&-0.8&-0.5&-0.2&0.3&0.3&0.1&-0.8&0.5\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&-3.3&-5.2&-10.3&-2.2&4.3&-1.9&9.3&1.3&3.3&3\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&-3.1&-6.6&-11.7&-3.3&4.2&-0.8&10.1&1.6&2.1&3.5\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&-0.5&-1.7&-3.6&-1&0.9&-1.5&2.4&0.8&1.2&1.3\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&-0.8&-1.5&-3.5&-0.7&1.2&-1.2&3.2&0.8&1.9&0.6\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0.5&0.1&-0.4&-0.1&-0.1&0&0.1&0&-0.2&0.3\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&-0.7&1.2&1.8&1.1&-0.4&1&-2.4&-0.6&0.5&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&4.2&9.2&15.3&3.5&-6.2&0.9&-13.6&-1.1&-2.6&-4.6\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&-1.3&-2.8&-5.3&-1.7&1.7&-0.3&4.3&1.6&0.6&1.8\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&2.1&3&6.2&1.2&-2.5&0.3&-5.3&-0.6&-1.6&-2.5\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&-0.8&-1.3&-2.3&-0.5&0.7&0.5&1.8&0.3&0.1&0.8\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&-1.2&-3.1&-4.2&-1&1.9&1.5&3.5&0.1&-0.6&1.3\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1.6&2.2&4.2&0.8&-2&1.4&-3.9&-0.1&-1.4&-0.5\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1.1&1.9&0.8&-0.9&0.5&-2.3&-0.4&-0.7&-0.3\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&0&0.2&0.2&0.7&0.2&-0.2&-0.4&-0.3&-0.3&-0.4&-0.3\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&0&1.5&4.1&8.6&3.2&-2&0.1&-7.6&-1.7&0&-2.7\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&0&-0.7&-2.9&-6.3&-1.3&2.6&-1.7&5.2&0.9&2.3&1.8\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&0&-0.4&0.9&1.7&1.3&0.1&1.1&-1.5&-1.2&0.1&0.3\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&0&-3.2&-6.3&-11.8&-3.3&4.2&-1.2&10.3&2.4&1.8&3.6\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&0&-0.5&-2.4&-3.6&-1.1&0.9&-0.7&2.7&1.1&0.5&0.3\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&0&2.4&3.2&6.9&1.8&-2.5&1.5&-6&-1.6&-3.1&-2.3\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&0&1&3.4&6.7&9.6&2&-4.9&-0.2&-8.5&-0.4&-1.7&-2.8
\end{array}\right]$$

$\text{time}(0) - t_o = 42.741\ \text{s}$

$\text{normi}\left(\text{maple}\left(rref(A)\right) - M\right) = ▮$ $\qquad$ Enable this for check the result, but it's very slow.

Alvaro